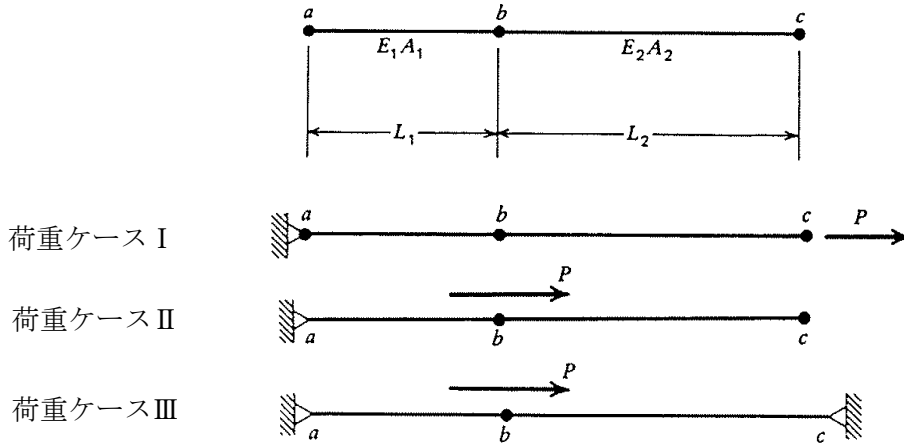


構造解析例題集

構造解析第3回

例題 1

図に示すように異なった材料特性をもつ2つのまっすぐな棒がピンで結合されている。3種類の荷重条件と支持条件に対する力-変位関係をそれぞれ示せ。



—— 解答 ——

まず式(2.6)を用いて要素剛性方程式を書くと次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} F_a^{ab} \\ F_b^{ab} \end{Bmatrix} = k_{ab} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_a \\ u_b \end{Bmatrix} \quad (a)$$

$$\begin{Bmatrix} F_b^{bc} \\ F_c^{bc} \end{Bmatrix} = k_{bc} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_b \\ u_c \end{Bmatrix} \quad (b)$$

棒 ab: $\xrightarrow{F_a^{ab}} a \xrightarrow{F_b^{ab}} b$
 $(\frac{E_1 A_1}{L_1}) = k_{ab}$

棒 bc: $\xrightarrow{F_b^{bc}} b \xrightarrow{F_c^{bc}} c$
 $(\frac{E_2 A_2}{L_2}) = k_{bc}$

ケース I :



境界条件 $u_a = 0$

つりあい条件

$$F_b^{ab} = F_c^{bc} = P$$

式 (a) より

$$F_b^{ab} = P = k_{ab} \cdot u_b$$

式 (b) より

$$F_c^{bc} = P = k_{bc}(-u_b) + k_{bc}(u_c)$$

u_b を消去すると

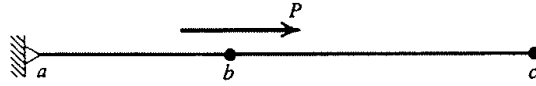
$$P = -\frac{k_{bc}}{k_{ab}} P + k_{bc} u_c$$

したがって、2 つの力-変位関係式は次式で表わされる。

$$P = k_{ab}u_b$$

$$P = \frac{k_{ab} \cdot k_{bc}}{k_{ab} + k_{bc}} u_c$$

ケース II:



境界条件 $u_a = 0$

つり合い条件

$$F_b^{ab} = P, F_c^{bc} = 0$$

式 (a) より

$$P = k_{ab}u_b$$

式 (b) より

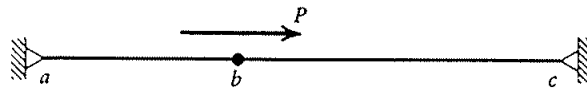
$$0 = k_{bc}(-u_b + u_c), \text{ あるいは } u_c = u_b$$

したがって、2 つの力-変位関係式は次式で表わされる。

$$P = k_{ab}u_b$$

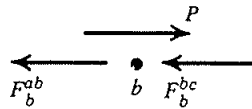
$$P = k_{ab}u_c$$

ケース III:



境界条件 $u_a = u_c = 0$

b 節点におけるつり合い条件



式 (a) より

$$F_b^{ab} = k_{ab}u_b$$

式 (b) より

$$F_b^{bc} = k_{bc}u_b$$

つり合いより

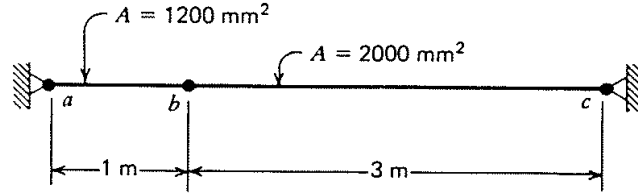
$$P = F_b^{ab} + F_b^{bc} = k_{ab}u_b + k_{bc}u_b$$

したがって、力-変位関係式は次式で表わされる。

$$P = (k_{ab} + k_{bc})u_b$$

例題 2

図のように 2 本の棒がピン結合されている。棒 ab, bc を 40°C 冷した場合の, b 点の変位と棒内の力を求めよ。熱膨張係数は $\alpha=1.17 \times 10^{-5} \text{ mm/mm}^{\circ}\text{C}$ とし, $E=200\,000 \text{ MPa}$ とする。

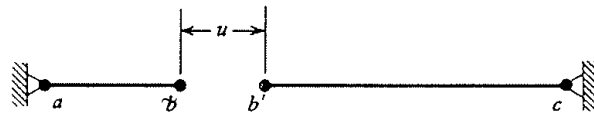


—— 解答 ——

b 点のピン結合を切り離し, 温度変化 $T=40^{\circ}\text{C}$ による棒 ab+bc の自由熱収縮によるギャップを計算すると次のようになる。

$$u = \alpha L \Delta T$$

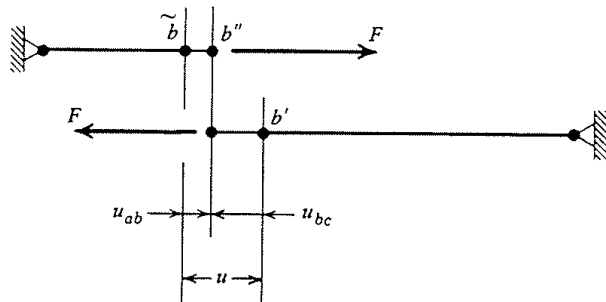
$$= 1.17 \times 10^{-5} \times 4 \times 10^3 \times 40 = 1.872 \text{ mm}$$



このギャップ u (次式) をなくするために, それぞれの棒に同じ大きさの力を作用させる。

$$u = u_{ab} + u_{bc}$$

u_{ab} と u_{bc} にたわみ性の関係式を用いると



$$u = F \left[\left(\frac{L}{EA} \right)_{ab} + \left(\frac{L}{EA} \right)_{bc} \right]$$

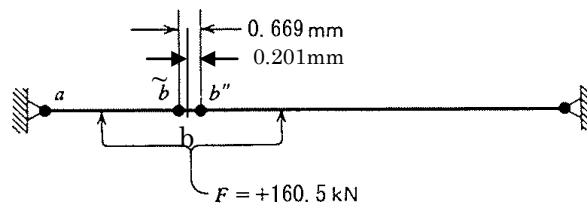
$$1.872 = F \left[\frac{1 \times 10^3}{200 \times 1.2 \times 10^3} + \frac{3 \times 10^3}{200 \times 2 \times 10^3} \right] \quad \sim (A)$$

となる。 F を解き, また u_{ab} と u_{bc} はたわみ性の関係式を用いて次のように求められる。

$$F = 160.5 \text{ kN}$$

$$u_{ab} = 0.669 \text{ mm}$$

$$u_{bc} = 1.203 \text{ mm}$$



b'' : 平衡点, $\tilde{b}$: ab 材 b 点の自由伸縮点だから, $\tilde{b}b = 1.872/4 = 0.468$

$\therefore b$ 点の変位 $bb'' = 0.669 - 0.468 = 0.201 (\text{mm})$

注) (A) 式の分母: $E=200000 [\text{MPa}] = 200000 [\text{N/mm}^2] = 200 [\text{kN/mm}^2]$ として代入している。